4.5 Cross Sections and the S-Matrix

Quantum field theory の実験的検証 → 実験的に測定可能な量として，cross section と decay rate を計算する。

実際に QFT を用いて cross section を計算する時は，一種の経由点として所謂 "S-matrix"・"T-matrix"・"scattering amplitude" を用いて行う。ここではそれらの量を定義 (導入) する。

◆ 散乱の理想論 (1 粒子が potential により散乱される場合)

理想的には，そもそも散乱とは漸近線から漸近線への写像である。つまり，時刻 $t=-\infty$ で無限遠方にあるような $|\phi\rangle$(という表現も微妙なのだが……。) が，時刻 $t=0$ 付近でとある potential によって軌道が曲がり，$t=\infty$ で $|\chi\rangle$(無限遠方) に至る，という話である。

まず，$t=0$ での状態 $|\psi\rangle$ を考える。この状態が束縛状態で無いならば，$t=\pm\infty$ でそれぞれある状態 $|\psi_\pm\rangle$ に至るはずである。更にこれらは無限遠方にいるので，potential の影響を受けておらず，つまり $H=H_0+V\simeq H_0$ とできる。この状態をそれぞれ $|\psi_{\rm in}\rangle, |\psi_{\rm out}\rangle$ とする。更に，Møller opelators $\Omega_\pm$ を以下のように定義する：

$$|\psi\rangle = \Omega_+|\psi_{\rm in}\rangle \qquad \left(|\psi\rangle \xrightarrow{t\to-\infty} |\psi_{\rm in}\rangle\right)$$
$$|\psi\rangle = \Omega_-|\psi_{\rm out}\rangle \qquad \left(|\psi\rangle \xrightarrow{t\to\infty} |\psi_{\rm out}\rangle\right)$$

ここで，bound state が存在するので，$\Omega_\pm$ が全射でないということに注意する。しかし，$|\psi_{\rm out}\rangle = \Omega_-^\dagger\Omega_+|\psi_{\rm in}\rangle$ である。ここで，「入ってきたやつは必ず出て行く」という**漸近的完全性**を仮定する。[*1]つまりこれは，ある $|\psi_{\rm in}\rangle$ に必ず $|\psi_{\rm out}\rangle$ が対応するということであり，数学的に言えば，

$$S := \Omega_-^\dagger\Omega_+$$

が全射であるということである。

すると，たとえば時刻 $t=-\infty$ で $|\phi\rangle$ だった状態が $t=+\infty$ で $|\chi\rangle$ になる (に散乱される) 確率 w は

$$w(\phi\to\chi) = \left|\left(\langle\chi|\Omega_-^\dagger\right)\left(\Omega_+|\phi\rangle\right)\right|^2 = |\langle\chi|S|\phi\rangle|^2$$

で与えられる[*2]ことから，この演算子 S の行列要素 (S-matrix) が分かれば散乱の全てが分かることになる。しかし，実際には様々な (原理的[*3]および実験的) 問題から，そうは行かない。そこでこう，微分散乱断面積などの測定可能な量を扱いたがるのである。

ちなみに，今は Heisenberg picture で記述しているので，$H=H_0+V$ であるとすると

$$\Omega_+ = e^{-iH\infty}e^{-iH_0(-\infty)} \qquad \Omega_- = e^{-iH(-\infty)}e^{-iH_0\infty}$$

$$S = \lim_{T\to\infty} e^{iH_0T}e^{-2iHT}e^{iH_0T}$$

となるのは当たり前である。

[*1] この証明は難しい。「それほどひどくない potential」ではこれが成立することが知られている。具体的な話は [1, P.33] を参照。

[*2] 確率を計算するのは同時刻で行わなければならないことに注意！ ここでは $t=0$ で比較している。

[*3] 不確定性原理とかいうやつ。

◆ **理想論 (多粒子の散乱)**

これまでは 1 粒子の問題であったが，ここからいよいよ本節で扱う多粒子の問題に入る。多粒子の場合に最も特徴的なことは，**様々な終状態がある**ということである。*4 単純に考えて，量子力学の範囲でも弾性散乱・励起・崩壊・束縛状態の生成・ionization などがある。となると，Hamiltonian もその channel ごとに異なってくる。しかし我々は，とりあえず終状態の粒子種は指定して議論するので，その点については心配する必要は無い。

終状態の粒子種を議論してしまえば，先ほどまでの漸近的完全性なども成立する。(もちろん potential がひどくない場合にのみ。) つまり演算子 S も引き続き定義できるわけである。また，今回の場合は energy に加えて運動量も保存する。これは直感的にも自然であろう。

しかし bad news もあって，それは先ほどの，実際の実験時に考えられるような「様々な問題」がひどくなることである。それを念頭において，実際に我々が観測できる量である，散乱断面積について議論する。

◆ **The Cross Section**

散乱断面積とは，$\boldsymbol{\sigma}$:= (粒子が衝突する確率) × (面積) である。

> 正確な定義を以下で述べる。[1]
>
> まず，照射粒子は加速器により加速されるわけだが，加速器の生成する波動関数は時間的にばらつきがあることに注意する。そのばらつきは，波束の照射位置・波束の運動量・波束の形，として記述することができる。
> しかし，簡単のため，その運動量 $\boldsymbol{p}$ はとても精度が良いと仮定する。(こうしないと議論が難しくなる。)
> ここで，運動量に垂直な平面 S を考えると，加速器の生成する状態というのは，並進演算子 $U(\boldsymbol{\rho})$ を用いて
> $$|\psi_{\boldsymbol{\rho}}\rangle := U(\boldsymbol{\rho})|\psi\rangle \qquad (\boldsymbol{\rho} \text{ は } S \text{ 上の vector})$$
> と書ける。(つまり，この粒子は中心位置から $\boldsymbol{\rho}$ だけずれた位置に入射した。)
>
> さて，$|\psi\rangle$ を中心とする beam が照射されたとき，散乱される粒子の個数 (散乱 beam 中の粒子数)N は，照射 beam 中の**単位面積当たりの粒子数** n_{inc} に比例し，
> $$N = n_{\mathrm{inc}} w(\psi)$$
> と書ける。ところが波束には前述のとおり，位置と形にばらつきがある。ここで **beam が空間的に一様である**と仮定すると，(既に運動量はほぼ一定と仮定しているので)
> $$N = \int \mathrm{d}^2\rho \; n_{\mathrm{inc}} w(\psi_{\boldsymbol{\rho}})$$
> として空間的平均をとることができて，更にこのとき波束の形のばらつきは問題ではなくなる。
> さて，古典的に考えると，望む面積 Σ の物体に，単位面積当たりに n 個の粒子を含む beam をぶち当てると，$n\Sigma$ 個の粒子が散乱されるはずである。これと比較すると，
> $$N = n_{\mathrm{inc}}\sigma; \qquad \sigma := \int w(\psi_{\boldsymbol{\rho}})\mathrm{d}^2\rho$$
> として散乱断面積が定義される。

そして，**微分散乱断面積とは，$\dfrac{\mathbf{d}\boldsymbol{\sigma}}{\mathbf{d}\boldsymbol{\Omega}}\mathbf{d}\boldsymbol{\Omega}$:= (粒子が衝突して dΩに飛んでいく確率) × (面積) である。**

*4 始状態から終状態への流れを channel という。つまり，多粒子散乱の場合は channel が沢山あるといえる。

ところで，途中に仮定した「beam が空間的に一様である」というのは勿論大胆な仮定であり，実際には beam はもちろん中心ほど濃いはずである。すると，

$$N = \int \mathrm{d}^2\rho\; n_{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{\rho}) w(\psi_{\boldsymbol{\rho}})$$

としたほうが良いはずである。しかし beam 密度があまり変化しない領域でのみ散乱が起きる，みたいなことを考えれば，まぁとりあえずの近似としては，無視しちゃってもいいんじゃないかなみたいな感じ。

微分散乱断面積 (Peskin **流**)

散乱断面積は，終状態を制限して「終状態が○○であるような散乱断面積」と云う風に限定して議論することが出来る。その終状態は，**粒子種でもいいし，運動量でもいい。**[*5]

運動量を指定した場合を考えてみよう。2 粒子の衝突について考えると，運動量 vector の要素は 8 つである。しかし保存則から，自由度は 4 となる。**ここで更に粒子の質量を指定すると，**結局自由度は 2 となる。この自由度は通常，**どちらか一方の粒子の**散乱立体角 Ω に割り振られる。これが，我々の良く知っている微分散乱断面積 $\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}$ である。

> つまり終状態の粒子 (あるいは少なくともその質量) を指定しないと，微分散乱断面積は役に立たない。Text ではこの部分には触れていないが，しかし注意しておかねばらないことであろう。
>
> また，“どちらか一方の粒子の” という部分がなかなかの曲者であることは，量子力学での「同種粒子の散乱」のところで十分わかっているだろう。同種粒子の散乱では，きっと検出器 (重心系) は微分散乱断面積の 2 倍の粒子を観測することになるのだ。

■崩壊率

崩壊率を Γ(単位時間当たり) で定義する。

■Breit-Wigner formula

量子力学では，Breit-Wigner formula として，散乱振幅および散乱断面積が

$$f(E) \propto \frac{1}{E - E_0 + i\Gamma/2}, \qquad \sigma \propto \frac{1}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4} \tag{4.63}$$

となった。これと似たような式が，今回成立する。

まず，ある波動関数の崩壊率が Γ であるとき，その波動関数は

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\psi(t)|^2 = -\Gamma|\psi(t)|^2 \qquad\qquad \therefore |\psi(t)|^2 = \mathrm{e}^{-\Gamma t}|\psi(0)|^2$$

のようになる。これはつまり $\psi(t) = \mathrm{e}^{-iE_0 t - \Gamma t/2}\psi(0)$ になっていることと対応するわけなので，この粒子の energy 分布は，

$$\begin{aligned}
\psi(E) &= \int \mathrm{e}^{iEt}\psi(t)\mathrm{d}t \\
&= \int \mathrm{e}^{iEt}\psi(t)\mathrm{d}t \\
&= \int \mathrm{e}^{iEt}\mathrm{e}^{-iE_0 t - \Gamma t/2}\psi(0)\mathrm{d}t \quad \propto \frac{1}{E - E_0 + i\Gamma/2}
\end{aligned}$$

であることがわかる。

[*5] 運動量は勿論 exact には指定できず，微分形式で語ることになる。

これを相対論的に拡張しよう。散乱振幅は，時間が γ 倍になる，つまり $\Gamma \to \Gamma/\gamma$ となることを考えると，

$$f(p^0) \propto \frac{1}{p^0 - E_{\boldsymbol{p}} + i\Gamma/2\gamma}$$

となる。[*6]更に $E_{\boldsymbol{p}} = m\gamma$ であることを考えれば，

$$f(p^0) \propto \frac{1}{p^0 - E_{\boldsymbol{p}} + i(m/E_{\boldsymbol{p}})\Gamma/2}$$

にもうなずけるだろう。

ところで，この $f(p^0)$ を $2E_{\boldsymbol{p}}$ で割ると，

$$\begin{aligned}
2E_{\boldsymbol{p}}\left[p^0 - E_{\boldsymbol{p}} + i(m/E_{\boldsymbol{p}})\Gamma/2\right] &= 2E_{\boldsymbol{p}}(p^0 - E_{\boldsymbol{p}}) + im\Gamma \\
&\approx (p^0 + E_{\boldsymbol{p}})(p^0 - E_{\boldsymbol{p}}) + im\Gamma \\
&= (p^0)^2 - (m^2 + \|\boldsymbol{p}\|^2) + im\Gamma \\
&= p^2 - m^2 + im\Gamma
\end{aligned}$$

となるが，これは明らかに Lorentz 不変であり，簡潔である。

◆ The S-Matrix

■Wavepackets

ここでは，遷移確率の**形状依存性を無視したいので**，運動量的に狭い wavepacket を考える。

ここで最終的にやりたいことは，始状態と終状態を運動量の固有状態に取ったときの S 行列要素

$${}_{\text{out}}\langle \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2\cdots|\boldsymbol{k}_{\mathcal{A}}\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}}\rangle_{\text{in}} = \langle \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2\cdots|S|\boldsymbol{k}_{\mathcal{A}}\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}}\rangle$$

を求めることである。

その前に，ある状態 $|\phi\rangle$ を，運動量の固有 ket $|\boldsymbol{k}\rangle$ **(in the interacting theory)** で展開しよう。

規格化が $\langle \boldsymbol{k}|\boldsymbol{k}\rangle = 2E_{\boldsymbol{k}}(2\pi)^3\delta^{(3)}$ で為されることを考えると，

$$|\phi\rangle = \int \frac{\mathrm{d}^3k}{(2\pi)^3}\frac{|\boldsymbol{k}\rangle\langle\boldsymbol{k}|}{2E_{\boldsymbol{k}}}|\phi\rangle$$

となる。左から $\langle\phi|$ をかけ，規格化を考えると，

$$\phi(\boldsymbol{k}) := \frac{\langle\boldsymbol{k}|\phi\rangle}{\sqrt{2E_{\boldsymbol{k}}}}$$

となり，(4.65) 式が導かれる。

このように表示した state を用いて，遷移確率

$$\mathcal{P} = |{}_{\text{out}}\langle\phi_1\phi_2\cdots|\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}}\rangle_{\text{in}}|^2 \tag{4.67}$$

を計算することを考えよう。ここで, in state は時刻 $-T$, out state は時刻 T で定義された状態である。[*7]故に

$${}_{\text{out}}\langle\phi_1\phi_2\cdots|\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}}\rangle_{\text{in}} = \lim_{T\to\infty}\langle\phi_1\phi_2\cdots|\mathrm{e}^{-2iHT}|\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}}\rangle$$

となる。

---

*6 $E_{\boldsymbol{p}} = \sqrt{m^2 + \|\boldsymbol{p}\|^2}$ である。

*7 つまり，ここでは実は Heisenberg picture ではなく Dirac picture で書かれているのである。

ところで，この wavepackets は座標に局在しているため，他の state とは相互作用せず，独立に構成できることに注意する。例えば，2 粒子の state は

$$|\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}}\rangle_{\text{in}} = \int \frac{\mathrm{d}^3 k_{\mathcal{A}}}{(2\pi)^3} \int \frac{\mathrm{d}^3 k_{\mathcal{B}}}{(2\pi)^3} \frac{\phi_{\mathcal{A}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{A}})\phi_{\mathcal{B}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}})}{\sqrt{2E_{\mathcal{A}} \cdot 2E_{\mathcal{B}}}} |\boldsymbol{k}_{\mathcal{A}}\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}}\rangle_{\text{in}}$$

のように構成できる。

■いきなり散乱断面積

以上から，散乱断面積は

$$\sigma_{\text{tot}}(\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}} \to \text{ALL}) = \left(\prod_f \int \frac{\mathrm{d}^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) \sigma(\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}} \to \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 \cdots) \tag{4.75}$$

$$\begin{aligned} \sigma(\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}} \to \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 \cdots) &= \int \mathrm{d}^2 b \; w([\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}}]_{\boldsymbol{b}} \to \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 \cdots) \\ &= \int \mathrm{d}^2 b \left| {}_{\text{out}}\langle \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 \cdots | [\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}}]_{\boldsymbol{b}} \rangle_{\text{in}} \right|^2 \end{aligned}$$

となり，また

$$|[\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}}]_{\boldsymbol{b}}\rangle_{\text{in}} = \int \frac{\mathrm{d}^3 k_{\mathcal{A}}}{(2\pi)^3} \int \frac{\mathrm{d}^3 k_{\mathcal{B}}}{(2\pi)^3} \frac{\phi_{\mathcal{A}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{A}})\phi_{\mathcal{B}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}})\,\mathrm{e}^{-i\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}}}}{\sqrt{2E_{\mathcal{A}} \cdot 2E_{\mathcal{B}}}} |\boldsymbol{k}_{\mathcal{A}}\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}}\rangle_{\text{in}} \tag{4.68}$$

であるわけである。となると後は

$${}_{\text{out}}\langle \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 \cdots | \boldsymbol{k}_{\mathcal{A}}\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}}\rangle_{\text{in}} = \langle \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 \cdots | S | \boldsymbol{k}_{\mathcal{A}}\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}}\rangle \tag{4.70}$$

のみが問題となる。

■T-matrix

ここで，

$$S =: 1 + iT$$

と T を定義すると便利である。ここで S の unitarity はどうなったのだろう。T を複素数で定義して S を unitary に保つのか，それとも S を後で規格化することにするのか……。

こうすると，T は運動量保存則の要請を満たすことから (4.73) のようにして $\mathcal{M}$ が定義できる。

結局，$\sigma(\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}} \to \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 \cdots)$ は

$$\sigma = \int \mathrm{d}^2 b \left| \int \frac{\mathrm{d}^3 k_{\mathcal{A}}}{(2\pi)^3} \int \frac{\mathrm{d}^3 k_{\mathcal{B}}}{(2\pi)^3} \frac{\phi_{\mathcal{A}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{A}})\phi_{\mathcal{B}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}})\,\mathrm{e}^{-i\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}}}}{\sqrt{2E_{\mathcal{A}} \cdot 2E_{\mathcal{B}}}} \langle \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 \cdots | iT | \boldsymbol{k}_{\mathcal{A}}\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}}\rangle \right|^2$$

となる。ただし，微分散乱断面積の時にも散乱しなかった粒子は数えなかったように，ここでも $S = 1 + iT$ から 1 を取り除いた。あとは straightforward にこいつを計算するだけである。

計算の流れとしては，まず z 軸を S(つまり $\boldsymbol{b}$) と垂直にとって，b の積分を処理して，すると $\bar{k}_{\mathcal{B}}^x$ と $\bar{k}_{\mathcal{B}}^y$ が共に $k_{\mathcal{B}}^x$，$k_{\mathcal{B}}^y$ になって消え，さらに $\bar{k}_{\mathcal{A}}^{\{x,y\}}$ も同様に消える。

$$\begin{aligned} \sigma = \int & \frac{\mathrm{d}^3 k_{\mathcal{A}} \mathrm{d}^3 k_{\mathcal{B}} \mathrm{d}\bar{k}_{\mathcal{A}}^z \mathrm{d}\bar{k}_{\mathcal{B}}^z}{(2\pi)^8} \frac{\phi_{\mathcal{A}}\phi_{\mathcal{B}}\phi_{\mathcal{A}}^*(\bar{\boldsymbol{k}}_{\mathcal{A}})\phi_{\mathcal{B}}^*(\bar{\boldsymbol{k}}_{\mathcal{B}})}{\sqrt{2E_{\mathcal{A}} 2E_{\mathcal{B}} 2\bar{E}_{\mathcal{A}} 2\bar{E}_{\mathcal{B}}}} \\ & \times (2\pi)^6 \delta^{(4)}(k_{\mathcal{A}} + k_{\mathcal{B}} - \textstyle\sum p_f) \delta^{(2)}(\bar{k}_{\mathcal{A}}^{\{0,z\}} + \bar{k}_{\mathcal{B}}^{\{0,z\}} - \textstyle\sum p_f) |\mathcal{M}(\{k_i\} \to \{p_f\})|^2 \end{aligned}$$

ここで 2 つめの delta 関数を (4.77) に従って処理すると

$$
\begin{aligned}
\sigma &= \int \frac{\mathrm{d}^3 k_{\mathcal{A}} \mathrm{d}^3 k_{\mathcal{B}}}{(2\pi)^6} \frac{|\phi_{\mathcal{A}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{A}})|^2 |\phi_{\mathcal{B}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}})|^2}{2E_{\mathcal{A}} 2E_{\mathcal{B}} |v_{\mathcal{A}} - v_{\mathcal{B}}|} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_{\mathcal{A}} + k_{\mathcal{B}} - \sum p_f) |\mathcal{M}(\{k_i\} \to \{p_f\})|^2 \\
&\sim \frac{|\mathcal{M}(\{p_i\} \to \{p_f\})|^2}{2E_{\mathcal{A}} 2E_{\mathcal{B}} |v_{\mathcal{A}} - v_{\mathcal{B}}|} \int \frac{\mathrm{d}^3 k_{\mathcal{A}} \mathrm{d}^3 k_{\mathcal{B}}}{(2\pi)^6} |\phi_{\mathcal{A}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{A}})|^2 |\phi_{\mathcal{B}}(\boldsymbol{k}_{\mathcal{B}})|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_{\mathcal{A}} + k_{\mathcal{B}} - \sum p_f) \qquad (4.78) \\
&\sim \frac{|\mathcal{M}(\{p_i\} \to \{p_f\})|^2}{2E_{\mathcal{A}} 2E_{\mathcal{B}} |v_{\mathcal{A}} - v_{\mathcal{B}}|} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{\mathcal{A}} + p_{\mathcal{B}} - \sum p_f) \qquad (4.79)
\end{aligned}
$$

にまでいたる。(4.77) 式で，2 つの delta 関数の中に共に含まれている変数 $\bar{k}^z_{\mathcal{B}}$ を，最初の delta 関数についてのみ処理しているが，このような処理は許されるのだろうか。許されないような気がするのだが……。

現在

$$
\sigma_{\mathrm{tot}} \sim \left(\prod_f \int \frac{\mathrm{d}^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) \frac{|\mathcal{M}(\{p_i\} \to \{p_f\})|^2}{2E_{\mathcal{A}} 2E_{\mathcal{B}} |v_{\mathcal{A}} - v_{\mathcal{B}}|} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{\mathcal{A}} + p_{\mathcal{B}} - \sum p_f)
$$

になったわけだが，ここで相対論的不変 n 体相空間として

$$
\int \mathrm{d}\Pi_n := \left(\prod_{f=1}^{n} \int \frac{\mathrm{d}^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(\sum p_i - \sum p_f \right) \qquad (4.80)
$$

を導入すると $\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{tot}} \sim \int \mathrm{d}\Pi_2 \frac{|\mathcal{M}(\{p_i\} \to \{p_f\})|^2}{2E_{\mathcal{A}} 2E_{\mathcal{B}} |v_{\mathcal{A}} - v_{\mathcal{B}}|}$ となる。$\int \mathrm{d}\Pi_2$ は容易に変形できて (4.82) まで至るので，(4.84)・(4.85) は容易い。

■崩壊率

書いてあるとおり。

■最後に

同種粒子の場合は色々考えなきゃだめですよ，と。ここは量子力学における議論と同じ。具体的には Section 5.3 付近で扱うことになる。

参考文献

[1] L. R. Taylor. *Scattering Theory*. Dover Publications, Inc., May 2006.