

◆ Precision Tests of QED

QED の理論的計算は、 α の値によっている。言い換えれば、異なる実験結果から (QED を用いて) 得られた α の一致度が、QED の信頼性であるといえる。

■ 基本的なところから

基本的なところから考えると、

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{e^2 c \mu_0}{2\hbar}$$

であり、更に

$$c := 299\,792\,458 \text{ m/s}, \quad \mu_0 := 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

であるので、

$$\alpha := 188.365\,156\,730\,885\,331 \dots \times \frac{e^2}{h} \quad (6.1)$$

となる。実は、この factor e^2/\hbar は、現在では α から求められている。

というか、なんと

$$\begin{cases} h = 6.626\,068\,96(33) \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \\ e = 1.602\,176\,487(40) \times 10^{-19} \text{ C} \end{cases} \quad (6.2)$$

$$(6.3)$$

の精度でしか定められていない。(CODATA の推奨値 [1])

ちなみにこの結果を代入すると

$$\alpha^{-1} = 137.0360$$

の程度が出てくる。

■ 最新の成果

実験の面では、単電子の cyclotron における挙動から g_e が分かることが知られていた。この方法で、2006 年に Gabrielse, Odom らが

$$\frac{g_e}{2} = 1.001\,159\,652\,180\,85(76)$$

の精度まで求めた。[2]

この方法は、単電子の遷移の振動数を測定することで g_e を測定している。まず、単電子を Penning trap と呼ばれる容器に閉じ込め、磁場 B をかける。系を十分冷やすと振動数は量子化され、結局電子は振動数 $w_c = \frac{eB}{m}$ で cyclotron 振動をしつつ、振動数 $w_s = \frac{g}{2}w_c$ で spin 歳差運動を行う。Odom らの成果は、Penning trap を (解析可能な) 円筒形とし、更に温度を 100 mK まで冷却したことにある。[3]

また、理論の側では computer を用いて Feynman diagram が計算されている。木下らは、Feynman diagram の 8 次摂動 (891 個) を計算することで、 a_e の α^4 の項の値を求めた (2006 年)。これと Odom らの成果とを比べることで、Gabrielse らは

$$\alpha^{-1} = 137.035\,999\,710(96)$$

を得た。[4]

現在は 10 次摂動の diagram (12672 個) の解析が、理研の青山龍美らにより進められている。[3] これでそろそろ現在の理論が破れそう!!!新しい理論 w k t k w w w w w w。

■他の方法による測定

この方法以外では、Cs 原子の de Broglie 波干渉を用いた原子の反跳測定と、Cs 原子 D1 線の測定結果から

$$\alpha^{-1} = 137.036\,000\,0(11),$$

光学素子における Rb 原子の反跳の測定実験から

$$\alpha^{-1} = 137.035\,998\,78(91)$$

がそれぞれ導かれている。(共に 2006 年)[3]

以下の記述では文献 [5, Precision tests of QED] および [6, pp.4-14] を参考にした。

■Low-Energy QED

Electron ($g - 2$) Dehmelt, Dyck らは、前述した Odom, Gabrielse らと同じ方法で値を求めた。電子は強い相互作用が無いのが嬉しいね。

Muon ($g - 2$) Electron の代わりに muon を用いたのがこの方法。ただし muon は質量が大きいため、若干物理が異なってくるらしい。将来的に弱い相互作用の検証に使えるそうだ、とか。[6]

Muonium hyperfine splitting 超微細構造の分裂幅 ΔE_{hf} から磁気 moment を求める。Lepton だから良い!

Hydrogen hyperfine splitting Ramsey の水素 MASER を使っている。当時は最も正確だった。ただし、水素の場合、その内部構造のために様々な限界があるらしい。例えば、水素の超微細構造の幅には、QED 的な要素に加えて水素原子の極性も影響してくる、という点がある。水素原子の極性については厳密な理論的考察が出来ていないのである。

Lamb shift 水素の 2S-2P 軌道の energy 差のこと。QED により理論付けられる。直接 α が求まるが、「内部構造」という、水素特有の限界がある。

Positronium Positronium(Ps) とは、電子と陽電子からなる粒子 e^+e^- である。Energy 差および崩壊率に、 α が絡んでいるようである。弱い相互作用も強い相互作用も相対的に小さいため、理論が整備されれば将来的に良い感じになる。理論式の不完全性により値がずれている。

Neutron Compton wavelength 中性子は質量がかなり正確に分かっているので、その Compton 波長を見ることで Rydberg 定数から α を求める。

High-Energy QED Collider でやるやつですよ。High と low の結果が一致していることが良い感じ。

Condensed Matter 物性は好きじゃないので省略。好きな人は文献 [6, p.11] を見なさい。*1

参考文献

- [1] CODATA fundamental physical constants. <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/>.
- [2] B. Odom, D. Hanneke, B. D'Urso, et al. *New Measurement of the Electron Magnetic Moment Using a One-Electron Quantum Cyclotron*. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 97, No. 3, p. 030801, Jul. 2006.
- [3] 仁尾真紀子. 微細構造定数 α を究める. *パリティ*, Vol. 22, No. 2, p. 6, Feb. 2007.
- [4] G. Gabrielse, D. Hanneke, 木下東一郎, 他. *New Determination of the Fine Structure Constant from the Electron g Value and QED*. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 97, No. 3, p. 030802, Jul. 2006.
- [5] Wikipedia english. <http://en.wikipedia.org>.
- [6] 木下東一郎 (編). *Quantum Electrodynamics*. World Scientific Publishing, 1990.

*1 量子 Hall 効果は抵抗の精密測定に、ac Josephson 効果は $h\nu = E$ に出てくる周波数 ν になんか関係があるらしいですよ。